

文章编号: 1000-7598-(2003) 05-0677-05

分层岩层介质中平稳随机地震波传播的精细解法

林家浩, 高 强, 钟万勰

(大连理工大学工程力学系 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 随机波在分层介质中的传播是地震工程中很重要的一类问题。将岩层考虑为分层介质。岩层是各向异性的, 各层性质不同, 岩层位于基岩上面, 并且认为基岩比岩层刚很多, 在基岩处给出随机激励。在频率和波数域中, 将控制方程化为常微分方程求解。对常微分方程, 应用两点边值问题的精细积分法进行求解。因此, 近年来发展的应用于结构随机振动的虚拟激励法, 可应用于当前分层岩层响应的计算, 给出数值结果, 并与一些经典结果进行了比较, 证明了该方法的合理性。

关 键 词: 地震波; 大跨度桥梁; 随机振动; 空间效应。

中图分类号: TU 352 文献标识码: A

Precise computation for random earthquake wave propagation in stratified materials

LIN Jia-hao, GAO Qiang, ZHONG Wan-xie

(State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: The problem of random wave traveling along stratified media is important for earthquake engineering. The rock strata are considered as multi-layered and located above the base-rock, whose material property is assumed to be much stiffer than the above strata; and the power spectrum density of the random excitation is given at the base-rock. The rock strata can be arbitrarily anisotropic for each layer. The governing differential equations are derived in frequency and wave-number domain and only a set of ordinary differential equations should be solved. The precise integration algorithm is applied to solve the ordinary differential equations. Thereafter, the recently developed pseudo-excitation method for structural random vibration is transplanted to the solution of the layered rock responses. Numerical results are given and compared with some classical results. And that show the reasonability of the presented method.

Key words: earthquake wave; large-span bridge; random vibration; spatial effect

1 引 言

分层介质中波的传播问题是一类很重要的问题, 地震波在岩层中的传播就是其中的一种。文献[1~6]给出了这类问题的传统处理方法。当前, 在地震工程中, 广泛应用的金井-田治见宏(Kanai-Tajimi)过滤白谱模型, 是基于基岩之上仅有一层均匀岩层的假定, 且只考虑该岩层的基本振型的参振作用。这一粗略的假定是难于满足大量复杂的实际情况的。实际上, 地质构造多是分层介质, 研究基岩随机激励的作用下, 其地面的随机响应是地震工程中的重要而基本的课题。本文用精细积分法与虚拟激励法计算此问题。

处理波传播问题的常用方法, 是将波动偏微分方程变换到频率-波数域中, 转换为常微分方程求解。除对很少一些问题, 解析求解是很困难的。文献[7~10]用矩阵法分析了波传播问题, 但精细的数值求解还是很困难。文献[11]用精细积分方法计算了弹性波导的波传播问题。

本文处理的是各向异性分层介质的广义平面问题, 给出了基岩激励, 还要在频率-波数表示下, 导出系统的对偶常微分方程组, 该微分方程组的系数是确定性的, 只有在基岩处的边界条件是随机激励。这与结构在地面激励下的随机振动问题是雷同的。虚拟激励法^[12~15]给出了精确高效的算法, 可以用于当前课题。给定频率-波数, 求解系统在基岩的虚拟

收稿日期: 2002-06-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 10072015), 973 项目 NKBRF(No. 1999032805)资助。

作者简介: 林家浩, 男, 1941 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事计算力学、结构动力学教学和研究。

激励下的地面响应成为关键的一步。由于虚拟激励法将随机振动问题化成为求解确定性深度坐标 z 的常微分方程组的两端边值问题, 因此, 该两端边值问题的响应可以用精细积分法予以求解。地面运动的三向频率-波数谱函数 $S_{uu}(\omega, \kappa)$, $S_{vv}(\omega, \kappa)$, $S_{ww}(\omega, \kappa)$ 是需要计算的。地面上结构的激励就是地面运动谱。

虚拟激励法是高效精确的随机响应计算方法, 精细积分法求解常微分方程也是精确高效的, 所以, 本文对于多层介质的随机响应分析也是高效精确的。

2 基本方程

考虑各向异性体 x 向平面波传播问题, 基岩的随机激励与横坐标 y 无关。对于各向同性或正交各向异性材料, 则是平面应变问题 (见图1)。然而, 对于一般的各向异性材料, 仍有 y 向翘曲 $\hat{v}(x, z)$ 发生, 称为广义平面问题。由于物体的几何性质、材料性质和外荷载均与 y 无关, 故所有应力、应变、位移分量皆只为 x, z 的函数。

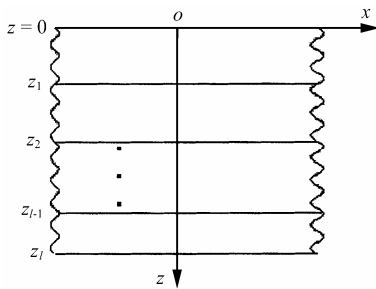


图1 分层介质模型

Fig. 1 Stratified material model

为计算地面运动的随机响应, 首先, 要弄清楚基岩随机激励的描述。单自由度的随机激励通常用其功率谱来表示, 但基岩是连续体, 故有无限多自由度的激励, 假定其激励有平面波的性质。选择随机波的行进方向为 x 坐标, 而 z 坐标向下, 沿长度 x 向可以将基岩的激励运动也采用Fourier展开, 类似于对时间的功率谱, 对波数也有一个功率谱。综合起来, 基岩激励可以用给出 x, y, z 三向频率-波数谱函数 $S_{xg}(\omega, \kappa)$, $S_{yg}(\omega, \kappa)$, $S_{zg}(\omega, \kappa)$ 来表示。

采用频域分析方法, 设 ω 为圆频率, 位移等量一般都有乘子 $\exp(i\omega t)$, $i = \sqrt{-1}$ 。设 z 轴向下, 其表面 $z=0$ 为自由, 第 i 层介质介于 (z_{i-1}, z_i) , 底层 $z=z_i$ 有给定的牵连位移(随机激励) $\hat{u}_g, \hat{v}_g, \hat{w}_g(x, \omega)$ 的作用。

令沿惯性坐标 x, y, z 的位移分别为, 有:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \hat{u}(x, z, \omega) + \hat{u}_g(x, \omega); \\ \bar{v} &= \hat{v}(x, z, \omega) + \hat{v}_g(x, \omega); \\ \bar{w} &= \hat{w}(x, z, \omega) + \hat{w}_g(x, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ 为相对(增量)位移。采用粘滞阻尼, 且假设阻尼与刚度阵成正比, 广义平面问题的增量应力-应变关系和几何关系为

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\sigma}_x \\ \hat{\sigma}_z \\ \hat{\tau}_{xy} \\ \hat{\tau}_{xz} \\ \hat{\tau}_{yz} \end{aligned} \right\} = D_1 \left\{ \begin{aligned} \hat{\epsilon}_x \\ \hat{\epsilon}_z \\ \hat{\gamma}_{xy} \\ \hat{\gamma}_{xz} \\ \hat{\gamma}_{yz} \end{aligned} \right\} + \nu D_1 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \begin{aligned} \hat{\epsilon}_x \\ \hat{\epsilon}_z \\ \hat{\gamma}_{xy} \\ \hat{\gamma}_{xz} \\ \hat{\gamma}_{yz} \end{aligned} \right\} =$$

$$D \left\{ \begin{aligned} \hat{\epsilon}_x \\ \hat{\epsilon}_z \\ \hat{\gamma}_{xy} \\ \hat{\gamma}_{xz} \\ \hat{\gamma}_{yz} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} \hat{\epsilon}_x &= \partial \hat{u} / \partial x \\ \hat{\epsilon}_z &= \partial \hat{w} / \partial z \\ \hat{\gamma}_{xy} &= \partial \hat{v} / \partial x \\ \hat{\gamma}_{xz} &= \partial \hat{w} / \partial x + \partial \hat{u} / \partial z \\ \hat{\gamma}_{yz} &= \partial \hat{v} / \partial z \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$D = D_1(1 - i\omega\nu);$$

$$D_1 = \left[\begin{aligned} D_{11} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{31} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{aligned} \right] \quad (3)$$

式中 D_1 为岩层的刚度矩阵; ν 为比例常数, 对于每一层是不同的。但全量应变还要加上牵连位移部分:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\epsilon}_x &= \hat{\epsilon}_x + \hat{\epsilon}_{xg} \\ \bar{\epsilon}_z &= \hat{\epsilon}_z + \hat{\epsilon}_{zg} \\ \bar{\gamma}_{xy} &= \hat{\gamma}_{xy} + \hat{\gamma}_{xyg} \\ \bar{\gamma}_{xz} &= \hat{\gamma}_{xz} + \hat{\gamma}_{xzg} \\ \bar{\gamma}_{yz} &= \hat{\gamma}_{yz} + \hat{\gamma}_{ygz} \end{aligned} \right\}, \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{\gamma}_{xy} &= \hat{\gamma}_{xy} + \hat{\gamma}_{xyg} \\ \bar{\gamma}_{xz} &= \hat{\gamma}_{xz} + \hat{\gamma}_{xzg} \\ \bar{\gamma}_{yz} &= \hat{\gamma}_{yz} + \hat{\gamma}_{ygz} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

牵连部分的应力-应变关系与式(2)雷同。相应的应力也表示为 $\bar{\sigma}_x = \hat{\sigma}_x + \hat{\sigma}_{xg}$ 等。于是, 动力方程可写为

$$\left\{ \begin{aligned} \partial \hat{\sigma}_x / \partial x + \partial \hat{\tau}_{xz} / \partial z + \rho \omega^2 \hat{u} + \hat{f}_x &= 0, \\ (\hat{f}_x &= \rho \omega^2 \hat{u}_g + \partial \hat{\sigma}_{xg} / \partial x); \\ \partial \hat{\tau}_{yz} / \partial z + \partial \hat{\tau}_{yx} / \partial x + \rho \omega^2 \hat{v} + \hat{f}_y &= 0, \\ (\hat{f}_y &= \rho \omega^2 \hat{v}_g + \partial \hat{\tau}_{ygz} / \partial x); \\ \partial \hat{\sigma}_z / \partial z + \partial \hat{\tau}_{zx} / \partial x + \rho \omega^2 \hat{w} + \hat{f}_z &= 0, \\ (\hat{f}_z &= \rho \omega^2 \hat{w}_g + \partial \hat{\tau}_{zgz} / \partial x) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 ρ 是岩层的密度。

自由表面的边界条件为

$$\hat{\sigma}_z + \hat{\sigma}_{zg} = 0; \quad \hat{\tau}_{xz} + \hat{\tau}_{xzg} = 0; \quad \hat{\tau}_{yz} + \hat{\tau}_{ygz} = 0 \quad (\text{当 } z=0) \quad (6)$$

各层介质交界面的连续条件为 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ 与

$$\hat{\sigma}_z + \hat{\sigma}_{zg}, \quad \hat{\tau}_{xz} + \hat{\tau}_{xzg}, \quad \hat{\tau}_{yz} + \hat{\tau}_{ygz} \quad (7)$$

连续。

最底层边界条件为

$$\hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = 0, \quad (z = z_1) \quad (8)$$

设 x 向的波数为 κ , 将各未知量及边界条件表示为传播波的形式:

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= u(z) \exp(i\kappa x); \quad \hat{v} = v(z) \exp(i\kappa x); \\ \hat{w} &= w(z) \exp(i\kappa x); \quad \hat{\varepsilon}_x = \varepsilon_x(z) \exp(i\kappa x); \\ \hat{\sigma}_x &= \sigma_x(z) \exp(i\kappa x); \quad \hat{\varepsilon}_{xg} = \varepsilon_{xg} \exp(i\kappa x); \dots \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

基岩的平稳随机激励可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_g &= u_g \exp(i\kappa x); \quad \hat{v}_g = v_g \exp(i\kappa x); \\ \hat{w}_g &= w_g \exp(i\kappa x), \quad (\text{当 } z = z_1) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 $u, v, w, \sigma_x, \varepsilon_x$ 等均为 z 的函数, $u_g, v_g, w_g, \varepsilon_{xg}$ 等均为常值 (与 z 无关), 当然, 仍为 κ, ω 的函数。 κ, ω 为 2 个参数, 对于给定的一系列 κ, ω 值时, 要反复求解对 z 的对偶微分方程两端边值问题。根据基岩的功率谱计算地面响应的功率谱 $S_{uu}(\omega, \kappa), S_{vv}(\omega, \kappa), S_{ww}(\omega, \kappa)$ 。对于给定的波数 κ 和功率谱密度 $S_{xg}(\omega, \kappa), S_{yg}(\omega, \kappa), S_{zg}(\omega, \kappa)$, 按虚拟激励法^[12~13], 构造虚拟激励:

$$\left. \begin{aligned} u_g &= \sqrt{S_{xg}(\omega, \kappa)} \exp(i\omega t) \exp(i\kappa x); \\ v_g &= \sqrt{S_{yg}(\omega, \kappa)} \exp(i\omega t) \exp(i\kappa x); \\ w_g &= \sqrt{S_{zg}(\omega, \kappa)} \exp(i\omega t) \exp(i\kappa x) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

如果 u_0, v_0, w_0 是在虚拟激励下地面的响应, 则 $S_{x0} = |u_0|^2, S_{y0} = |v_0|^2, S_{z0} = |w_0|^2$ 就是系统在基岩随机激励下, 地面随机响应的功率谱。则以下要做的主要是用精细积分法求解在虚拟激励下地面的响应。

3 对偶方程

将式(9), (10)代入式(2), (4)得

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= i\kappa u; \quad \varepsilon_z = \partial w / \partial z; \quad \gamma_{xy} = i\kappa v; \\ \gamma_{xz} &= \partial u / \partial z + i\kappa w; \quad \gamma_{yz} = \partial v / \partial z; \\ \varepsilon_{xg} &= i\kappa u_g; \quad \varepsilon_{zg} = 0; \quad \gamma_{xyg} = i\kappa v_g; \\ \gamma_{xzg} &= i\kappa w_g; \quad \gamma_{y zg} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

引入向量

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \{\sigma_x \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz}\}^T \\ \varepsilon &= \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}\}^T \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

从而

$$\sigma = D\varepsilon; \quad \sigma_g = D\varepsilon_g \quad (14)$$

将式(13)代入式(5), 并将结果写为矩阵形式得

$$K_{22} \ddot{q} + (K_{21} - K_{12}) \dot{q} - K_{11} q + p_g = 0 \quad (15)$$

式中 q 是位移向量; p_g 为已知; $(\#) = d(\#)/dz$ 为

对 z 的导数, 注意, 有 $\dot{\sigma}_{zg} = 0$ 等, 均为 κ, ω 的函数。

$$q = \{u, v, w\}^T; \quad p_g = -K_{11} \{u_g, v_g, w_g\}^T \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{11} &= \kappa^2 \begin{bmatrix} D_{11} & D_{14} & D_{15} \\ D_{41} & D_{44} & D_{45} \\ D_{51} & D_{54} & D_{55} \end{bmatrix} - \rho \omega^2 I_3; \\ K_{12} &= -i\kappa \begin{bmatrix} D_{51} & D_{54} & D_{55} \\ D_{61} & D_{64} & D_{65} \\ D_{31} & D_{34} & D_{35} \end{bmatrix}^T; \\ K_{21} &= i\kappa \begin{bmatrix} D_{51} & D_{54} & D_{55} \\ D_{61} & D_{64} & D_{65} \\ D_{31} & D_{34} & D_{35} \end{bmatrix}; \quad K_{22} = \begin{bmatrix} D_{55} & D_{56} & D_{53} \\ D_{65} & D_{66} & D_{63} \\ D_{35} & D_{36} & D_{33} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

为了求解式(14), 引入对偶向量

$$p' = -(K_{22} \dot{q} + K_{21} q) \quad (18)$$

则可导出对偶方程

$$\dot{q} = Aq + Dp'; \quad \dot{p}' = Bq + Cp' + p_g \quad (19)$$

$$\text{式中 } \left. \begin{aligned} A &= -K_{22}^{-1} K_{21}; \quad B = -K_{11} + K_{12} K_{22}^{-1} K_{21} \\ C &= K_{12} K_{22}^{-1}; \quad D = -K_{22}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

两端边界条件为

$$\left. \begin{aligned} q &= \{0, 0, 0\}^T, \quad (z = z_1) \\ p' &= p_0 = \{\tau_{xzg}, \tau_{yzg}, \sigma_{zg}\}^T, \quad (z = 0) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中 $\tau_{xzg}, \tau_{yzg}, \sigma_{zg}$ 由式(12), (14)计算, 为已知。

令 $p' = p + p_0, \quad p_0 = \{\tau_{xzg}, \tau_{yzg}, \sigma_{zg}\}^T$, 则有

$$\dot{q} = Aq + Dp + Dp_0; \quad \dot{p} = Bq + Cp + (p_g + Cp_0) \quad (22)$$

两端边界条件成为

$$\left. \begin{aligned} q &= \{0, 0, 0\}^T, \quad (z = z_1) \\ p &= \{0, 0, 0\}^T, \quad (z = 0) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

且 q, p 在交界面上连续。

将对偶方程写为状态空间形式为

$$\left. \begin{aligned} \dot{v} &= Hv + s; \quad H = \begin{bmatrix} A & D \\ B & C \end{bmatrix}; \\ v &= \begin{Bmatrix} q \\ p \end{Bmatrix}; \quad s = \begin{Bmatrix} s_q \\ s_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Dp_0 \\ Cp_0 + p_g \end{Bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中 s 相当于外力向量。以下应用精细积分法求解对偶式(24)。

4 区段方程和矩阵微分方程

在一层介质中, 任取一区段 $[z_a, z_b], (z_b > z_a)$ 。记 q_a 为 z_a 端的位移向量, p_b 为 z_b 端的力向量。显然, 一旦给定 q_a, p_b 和区段上的外力分布 f , 那

么,在区段 $[z_a, z_b]$ 上的位移向量和力向量 q, p 也就确定了。

因为,本问题是线性的,则应用以下关系:

$$q_b = F q_a = G p_b + \bar{q}; \quad p_a = Q q_a + E p_b + \bar{p} \quad (25)$$

式中 F, Q, G, E 为待定复数矩阵。 $\bar{q}, \bar{p}$ 的力学意义为: 对于 z_a 端固定 z_b 端自由的区段 $[z_a, z_b]$, 由于外力引起在 z_b 端的位移向量为 $\bar{q}$, 在 z_a 端的力向量为 $\bar{p}$ 。这些矩阵和向量与矩阵 A, B, C, D 和 z_a, z_b 有关。以下推导它们的微分方程。将式(25)对 z 求导, 且认为 q_a, p_a 是给定的初值, 则得:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_b &= \dot{F} q_a - \dot{G} p_b - G \dot{p}_b + \dot{\bar{q}}; \\ 0 &= \dot{Q} q_a - \dot{E} p_b + E \dot{p}_b + \dot{\bar{q}} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

对偶方程可写为

$$\dot{q}_b = A q_b + D p_b + s_q; \quad \dot{p}_b = B q_b + C p_b + s_p \quad (27)$$

由式(26), (27)可得:

$$\left. \begin{aligned} (\dot{F} - AF - GBF) q_a + (-\dot{G} - D - GC + AG + GBG) p_b + \\ (-A - GB) \bar{q} + \dot{\bar{q}} - G s_p - s_q = 0; \\ (EBF + \dot{Q}) q_a + (-EBG + \dot{E} + EC) p_b + EB \bar{q} + \dot{\bar{p}} + E s_p = 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

两端边界条件 q_a, p_b 是独立的, 所以有

$$\left. \begin{aligned} \dot{F} &= (A + GB)F; \quad \dot{E} = E(BG - C); \\ \dot{G} &= AG - GC - D + GBG; \quad \dot{Q} = -EBF; \\ \dot{\bar{q}} &= (A + GB) \bar{q} + G s_p + s_q; \quad \dot{\bar{p}} = -EB \bar{q} - E s_p \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

根据式(4)和 $\bar{q}$ 与 $\bar{p}$ 的力学意义, 若令 $z_b \rightarrow z_a$, 可得初始条件为

$$\left. \begin{aligned} G(z_a, z_b) &= Q(z_a, z_b) = 0; \\ F(z_a, z_b) &= E(z_a, z_b) = I; \\ \bar{q}(z_a, z_b) &= \bar{p}(z_a, z_b) = 0, \quad (z_a \rightarrow z_b) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

式(29), (30) 即为 $F, Q, G, E, \bar{p}, \bar{q}$ 所应满足微分方程和边界条件, 它们可用区段合并消元及 2^N 算法, 以精细积分为工具^[16~18]求解。

5 算例

目前, 广泛使用的 Kanai-Tajimi 过滤白谱模型是基于单层介质模型的 (如图2(a)), 其基频为 ω_g , 阻尼比为 ζ_g 。在基岩处受到一谱密度为 S_0 的平稳加速度激励。Kanai-Tajimi 给出了自由地面的加速度谱如下:

$$S_{x_g}(\omega) = S_0 \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \quad (31)$$

此方程可由图2(b)导出, 其中, m_g 为单位面积的质量, $m_g \gg m$; $k_g = m_g \omega_g^2$; $c_g = 2\zeta_g m_g \omega_g$ 。在

这两个图中, 都假设上层结构对地面的运动无影响。

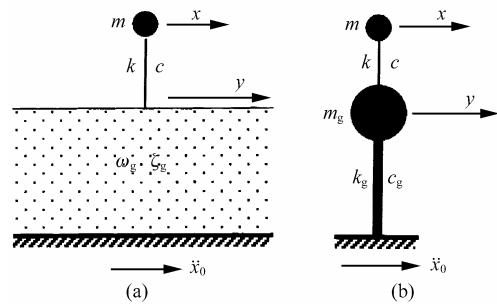


图2 Kanai-Tajimi 简化模型

Fig. 2 Kanai-Tajimi simplification model

Kanai-Tajimi 谱是将复杂的岩层简化成一个 SDOF 系统。这样的简化模型明显是很粗糙的, 因为它仅仅考虑了第一阶振型。由式(15), 容易得到其齐次方程的本征解。若仅考虑一层介质, 如果 ω_m^2, q_m 是它的第 m 个本征解, 则式(15)可由振型叠加法化为

$$\left. \begin{aligned} (\omega^2 - \omega_m^2 + i\nu\omega\omega_m^2)y_m + \omega^2 S_m &= 0; \\ S_m &= \int_0^{z_1} \rho q_m^H \{u_g, v_g, w_g\}^T dz \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$q = \sum_{m=1}^n y_m q_m \quad (33)$$

Kanai-Tajimi 谱可由取 $n=1$ 和 $S_1 = u_g$ 得到。因此, 如果高阶振型在总响应中起比较重要的作用, 则图2(b)的 Kanai-Tajimi 模型将不是图2(a)的较好的近似。

例1. 单层介质。各向异性岩层的参数如表1所示, 波数 $\kappa = 0.0 \text{ m}^{-1}$, $\nu = 0.08$, $\rho = 20 \text{ kN/m}^3$, 基岩的激励 PSD (白噪声) 为 $S_{x_g} = 1 \text{ m}^2/\text{s}^3$, $S_{y_g} = 0 \text{ m}^2/\text{s}^3$, $S_{z_g} = 0 \text{ m}^2/\text{s}^3$ 。取 $\omega \in [0, 50] \text{ s}^{-1}$, $\Delta\omega = 0.2 \text{ s}^{-1}$, 地面的加速度功率谱 S_{uu} 如图3, 其中, 虚线为精细解, 实线为 Kanai-Tajimi 谱。在本例中, Kanai-Tajimi 模型与精细解相差较远。这是因为第二阶振型在总的地面运动中起着较重要的作用。

例2. 多层介质。各向异性岩层的参数如表2所示, 波数 $\kappa = 0 \text{ m}^{-1}$, $\nu = 0.08$, $\rho = 20 \text{ kN/m}^3$, 基岩的激励 PSD (白噪声) 为 $S_{x_g} = 1 \text{ m}^2/\text{s}^3$, $S_{y_g} = 0 \text{ m}^2/\text{s}^3$, $S_{z_g} = 0 \text{ m}^2/\text{s}^3$ 。

将岩层分为等厚度两层, 观察下半层刚度逐渐地减小时, 地面响应的变化。

图4为计算结果。实线为单层土的精细解, 点划线为将其下半层的刚度减少30%, 虚线为将其下半层的刚度减少50%。显然, 刚度的降低可使地面的运动加强, 且其峰值频率降低。

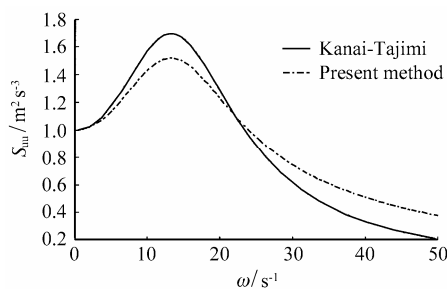


图3 例题1的 Kanai-Tajimi 近似与本文方法比较
Fig.3 Comparison of the precise result with the Kanai-Tajimi approximation for case 1

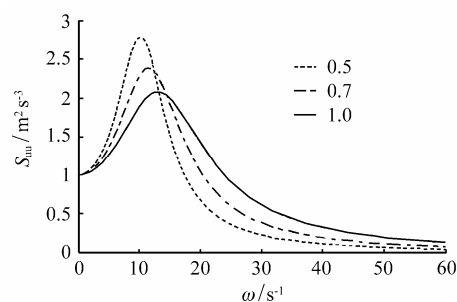


图4 功率谱随刚度的变化
Fig.4 The change of PSD with rigidity

表1 例题1的材料参数

Table 1 Material parameters for case 1

刚度 / $10e11 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}$															厚度 / m
D_{11}	D_{13}	D_{14}	D_{15}	D_{16}	D_{33}	D_{34}	D_{35}	D_{36}	D_{44}	D_{45}	D_{46}	D_{55}	D_{56}	D_{66}	
0.8	0.2	0.3	0.2	0.2	0.7	0.2	0.2	0.2	0.6	0.3	0.2	0.5	0.3	0.5	300.0

表2 例题2的材料参数

Table 2 Material parameters for case 2

刚度 / $10e11 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}$															厚度 / m
D_{11}	D_{13}	D_{14}	D_{15}	D_{16}	D_{33}	D_{34}	D_{35}	D_{36}	D_{44}	D_{45}	D_{46}	D_{55}	D_{56}	D_{66}	
2.0	1.0	1.0	0.2	0.6	2.0	1.8	0.2	0.6	1.4	0.6	0.4	0.8	0.2	2.0	200.0

6 结 语

平稳随机波在分层介质中的传播，可以联合应用虚拟激励法和精细积分法精确求解。本文使用联合求解方法，对工程中广泛使用的Kanai-Tajimi 过滤白谱模型作了扩展和评估，也表明本文提供的方法是更有效地方法。

参 考 文 献

- [1] Ewing W M, Jardetzky W S, Press F. Elastic waves in layered media[M]. New York : McGraw-Hill, 1957.
- [2] Brekhovskikh L M. Waves in layered media[M]. New York: Academic Press, 1980.
- [3] Aki K, Richards P G. Quantitative seismology[M]. San Francisco: W H Freeman and Company, 1980.
- [4] Timoshenko S P, Goodier J N. Theory of elasticity[M]. New York: McGraw-Hill, 1951.
- [5] Graff K F. Wave motion in elastic solids[M]. Oxford: Clarendon press, 1975.
- [6] Achenback J D. Wave propagation in elastic solids[M]. Holland: North-Holland, 1973.
- [7] Doyle J F. Wave propagation in structures[M]. New York: Springer, 1989.
- [8] Rizzi S A, Doyle J F. Spectral analysis of wave motion in plane solids with boundaries[J]. **Transaction of American Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration and Acoustics**, 1992, 114: 133—140.
- [9] Rizzi S A, Doyle J F. Spectral element approach to wave motion in layered solids[J]. **Transaction of American**

Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration and Acoustics, 1992, 114: 569—577.

- [10] Kennett B L N. Seismic wave propagation in stratified media[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
- [11] Zhong Wanxie. The method of precise integration of finite strip and wave guide problems[A]. **International Proceeding Of International Conference on Computational Methods in Structural and Geotechnical Engineering**[C]. Hong Kong: University of Hong Kong, 1994, (1): 51—59.
- [12] Lin JiaHao. A fast CQC algorithm of PSD matrices for random seismic responses[J]. **Computers and Strcuts**, 1992, 44: 683—687.
- [13] Lin J H, Williams F W, Zhang W S. A new approach to multiphase-excitation stochastic seismic response[J]. **Microcomputers in Civil Engineering**, 1993, (8): 283—290.
- [14] Lin J H, Fan Y, Bennett P N, Williams F W. Propagation of stationary random waves along substructural chains[J]. **Journal of Vibration and Acoustics**, 1995, 180: 757—767.
- [15] Lin J H, Fan Y, Williams F W. Propagation of non-stationary random waves along substructural chains[J]. **Journal of Vibration and Acoustics**, 1995, 187: 585—593.
- [16] 钟万勰. 弹性力学求解新体系[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1995.
- [17] 钟万勰. 计算结构力学与最优控制[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1993.
- [18] 钟万勰. 应用力学对偶体系[M]. 北京: 科学出版社, 2001.